La difficulté en mathématiques au cycle 2

Animation Pédagogique –

Nicolas Pinel – CPC EPS, Mission Maths 76

Références bibliographiques

- **TéléFormation Mathématiques** (Université Paris 5) : http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/
=> Articles de Cerquetti-Aberkane Françoise, Marilier Marie-Christine, R. Brissiaud, R. Charnay.
- Margolinas C. et Wozniak F., conférence aux journées de l'APMEP, Clermont Ferrand, octobre 2006
- Les difficultés rencontrées par les enfants en Mathématiques, F. Boule
- « **Aider les élèves en difficulté en mathématiques CP/CE1** », Tomes 1 &2, C. Berdonneau, Hachette Education
- **ERMEL**, Hatier, INRP.
- Bruno Suchaut, IREDU. « Comment repérer des compétences clés ? ».
- Le Nombre au cycle 2
- Formateur Jean-Luc BREGEON : http://perso.wanadoo.fr/jean-luc.bregeon

Introduction

Questions Vrai / Faux:

Les mots « chiffres » et « nombres » sont synonymes en mathématiques.

Faux. Il ne faut pas confondre chiffre et nombre et employer le vocabulaire précis dès le plus jeune âge. Un nombre désigne une quantité, une position dans une liste ordonnée, un chiffre est un caractère d'imprimerie qui permet d'écrire les nombres. Il a le même statut que la lettre par rapport au mot. Il y a des nombres d'un ou plusieurs chiffres comme il y a des mots de une ou plusieurs lettres…

Pratiquer des groupements par paquets de dix est nécessaire pour comprendre ce qu'est une dizaine.

Vrai. Il est indispensable d'avoir fait et défait des paquets de dix objets pour comprendre ce qu'est une dizaine, qui sera désignée par « paquets de dix » le temps nécessaire. Ces manipulations doivent être accompagnées de verbalisations de la part des élèves et de l'enseignant puis d'un travail plus formel de décomposition des nombres (par exemple 321 = 300 + 20 + 1).

Il est nécessaire de pratiquer des échanges à 1 contre 10 pour comprendre ce qu'est une dizaine.

Vrai. Il ne suffit pas de rassembler dix objets pour comprendre que c'est une dizaine. La pratique des échanges complète le travail sur les groupements. Elle amène les élèves à comprendre que la dizaine, puis la centaine, peuvent être évoquées par 1. Elle favorise la compréhension de la différence entre valeur et quantité (une pièce de 10 vaut plus que huit pièces de 1). Cette différence se retrouve dans le fait que la valeur d'un chiffre est fonction de sa position dans l'écriture d'un nombre. Une dizaine est une nouvelle unité qui pourra elle-même être regroupée par dix pour faire une centaine, et ainsi de suite.

Recherches et calcul mental en CP

Les recherches de Bruno Suchaut apportent des informations essentielles pour anticiper sur les difficultés des élèves. Ainsi, les apprentissages des élèves se regroupent en bloc des compétences : à la fin de l'école maternelle, une douzaine de dimensions sont identifiées, c'est plus de soixante compétences qui sont répertoriées à l'entrée au cycle II et plus du double au terme du cycle III. En second lieu, au fur et à mesure du déroulement de la scolarité, les compétences des élèves apparaissent de plus en plus liées entre elles.

Cette recherche a également permis d'identifier des compétences qui peuvent être considérées comme étant au centre des apprentissages : à l'entrée au cycle III, deux ensembles se détachent particulièrement, il s'agit du **calcul mental** et des **capacités attentionnelles**.

Ainsi, la technique opératoire de la soustraction est la compétence qui figure au sommet de cette hiérarchie et elle ne peut être maitrisée sans l'acquisition d'autres compétences relevant parfois de domaines divers, comme la technique de l'addition ou les habiletés en calcul mental.

Les dimensions des acquis scolaires les plus liées à la mémoire de travail sont les habiletés en calcul mental, repérées auparavant comme étant essentielles.

Il semble donc indispensable de bien penser la place du calcul mental dès le début du cycle 2 pour une meilleure anticipation des difficultés des élèves.

En CP, avant de proposer des activités de calcul, on va travailler sur la ***mémorisation des nombres*** sous différentes formes.

<u>**Exemples :**</u>

- Les nombres sont dits, l'élève répète
- Les nombres sont montrés en chiffres quelques secondes puis l'élève les écrit en chiffres

Ensuite, on travaillera des ***activités pour mémoriser et traiter les données***.

<u>**Exemples :**</u>

- Les nombres sont dits, l'élève les écrit en chiffres
- Des constellations sont montrées, l'élève dit le nombre correspondant

- Les nombres sont dits, l'élève les écrit du plus petit au plus grand
- Les nombres sont dits, l'élève écrit les suivants (on fait une transformation).

Les activités de calcul mental vont prendre deux formes selon l'objectif :

- Chaque jour, 10 à 15 minutes de pratique, dont le but est d'entraîner, de confronter à des exemples variés pour accroître leur **performance** (=rapidité, mémorisation, maîtrise de techniques…).
  - ⇨ Effectuer mentalement des calculs donnés oralement ou écrits au tableau puis cachés. Les résultats sont écrits en chiffres ou en mots sur l'ardoise, l'enseignant validant et corrigeant.
- Une fois par semaine, sur une séance de 30 min, explicitation et comparaison des différentes procédures des élèves (même les « fausses » si elles sont intéressantes). La comparaison débouche sur une hiérarchisation des compétences et une mise en regard des procédures.

Exemples d'activités de calcul mental

⇨ Sur les tables d'addition :

Les résultats des tables doivent devenir des faits numériques automatisés. Ce n'est pas la taille des nombres qui compte (5+5 plus facile que 4+3).

Deux types d'activités :

1- Jeux de calcul mental sur différents supports : jeux de carte, de bataille, mariage *(Il s'agit de faire des couples avec les compléments à 10 et de se débarrasser le plus vite de ses cartes),* dominos, lotos…

2- Recherche de la somme ou de la différence (8+7 = ?), de l'un des termes (9+ ?=14) ou des deux termes (?+ ?=18).

⇨ Sur les compléments à 10 :

Servant de base à de nombreuses procédures de calcul réfléchi, les 5 paires de nombres dont la somme fait 10 sont à connaître tôt.

Activités faisant varier la consigne car c'est elle qui va privilégier un point de vue :

« Complète 3 pour faire 10….Combien manque-t-il à 3 pour faire 10 ?...Que faut-il ajouter à 3 pour faire 10 ? …3-> 10 ?....3+ ?=10 …..10-3= ?

⇨ Ces changements de point de vue participent de la construction du nombre.

LES OBSTACLES RENCONTRES PAR LES ELEVES

François Boule, Professeur IUFM émérite, propose une classification des obstacles :

1/ Les obstacles liés aux objets mathématiques

Généralités

Il s'agit de lacunes limitées pour cause d'absence, d'oubli etc., qui du fait de la forte cohérence des acquisitions en mathématiques peuvent entraîner des perturbations ou des décrochages de plus en plus importants. Certaines connaissances ne sont pas installées, ou sont peu liées entre elles, donc impossibles à récupérer, ou même encore installées de façon stable mais erronée.

Les objets eux-mêmes peuvent se ranger en **connaissances simples** (comme "7x 4 = 28"), ou **en procédures** (algorithme de calcul, usage d'un instrument…). L'objet de l'exercice est de les rendre disponibles rapidement et sûrement ;
C'est le cas notamment pour les tables d'opérations, les stratégies de calcul, mais aussi les connaissances géométriques ou logiques.

Dans cette rubrique, on peut également loger les questions d'évocation associées, par exemple, à un problème. De quoi est-il question dans le problème ? Que cherche-t-on ? De quoi dispose-t-on ? Ce problème ressemble-t-il à une autre déjà rencontré ? Il arrive fréquemment que cette évocation soit non pas difficile mais absente ; l'enfant la remplace alors par des stéréotypes plus ou moins adéquats.

Exemple 1: « 31-18= 17 ou 31-18=27 »

L'élève justifie ainsi : « 1–8, on ne peut pas, alors on fait 8–1 = 7 » et puis (s'il admet une retenue) répond "17", sinon "27".
C'est une procédure mal montée et consolidée par l'enfant.

- ⇨ *Dans un tel cas, il reste à démonter la procédure, à revenir à son sens, à la remonter explicitement, et à entraîner la procédure exacte.*

Exemple 2: «11-8 = 4 »

Il peut soit :

- **s'agir d'un rappel** : l'appel « 11–8 » active la réponse "11–8 = 4" ou encore 8+4 = 11". Ce genre de rappel erroné se rencontre plus souvent encore dans les résultats multiplicatifs élémentaires.
- **s'agir d'une reconstruction** comme c'est le plus souvent le cas au cycle 2, la procédure erronée consiste à "aller de 8 à 11", en partant de 8 : "8, 9, 10, 11". Ici, c'est moins une

procédure qui est en jeu que la représentation des nombres ; une différence compte les intervalles, et non les nombres.

La stabilité des erreurs

On doit distinguer l'erreur occasionnelle (souvent baptisée étourderie) de l'erreur systématique. Les causes peuvent être diverses : procédure "mal montée", parasitage d'un rappel, manquement à une règle connue, ou encore ignorance de cette règle ou de son champ d'usage.
L'erreur occasionnelle peut relever d'une inattention momentanée. Il n'y a pas lieu de sur-interpréter une évaluation isolée. Elle peut relever aussi d'une surcharge temporaire; Parler d'étourderie ou d'inattention n'explique rien ; il peut s'agir d'une attention à autre chose, ou d'une cause moins simple.

2/ Les obstacles non liés aux mathématiques

Il ne s'agit plus ici spécifiquement des apprentissages mathématiques, mais aussi de tous les autres. C'est le surgissement d'obstacles à propos de tel ou tel apprentissage qui peut révéler, éventuellement tard, que la difficulté ne vient pas des mathématiques ; celle-ci n'en constitue que la surface, ou le symptôme.

Dans ce champ se rencontrent les activités assez vaguement désignées par " **structuration de l'espace et du temps**". On peut y adjoindre les questions liées à la **logique ou au langage**, et surtout à la **mémoire.**

- ⇨ Il s'agit d'un déficit, non de savoirs et de procédures, mais des moyens de développer ces savoirs et procédures.

Il va de soi qu'il est question ici de construction de l'espace (et non pas de géométrie), c'est-à-dire des moyens d'organiser le repérage, l'orientation et les déplacements de soi-même ou des objets, de reconnaître des configurations ;
Mais il y a lieu de distinguer encore l'espace très proche, celui de la page ou des mouvements de la main, de l'espace "à l'échelle humaine" (la pièce, la maison…). Une **forte structuration de la page** est une condition essentielle pour les apprentissages (et pas seulement de la lecture ou du calcul).

La seconde remarque est **de méthode**, et vaut aussi pour les points suivants.
Il importe, d'une part **d'éviter la reproduction de situations** devant lesquelles l'enfant a pu se trouver en difficulté, et d'autre part d'offrir une grande variété de supports et de représentations. Les jeux offrent cette possibilité, du moins s'ils sont acceptés comme tels par l'enfant et proposés par le maître avec une visée précise.

3/ Les causes psychologiques

La réussite en mathématiques dépend assurément de l'idée que l'enfant se fait de lui-même et de ses capacités, idées fortement marquées affectivement, mais aussi de l'idée que s'en fait sa famille, et que s'en fait l'enseignant lui-même.

Il est ainsi possible que certaines difficultés individuelles soient dues à une **représentation** que l'on se fait du **fonctionnement des mathématiques**. Si elles sont vues comme des règles de jeu, cette circonstance, selon les cas, peut être **inhibante** (si les règles sont inconnues ou paraissent arbitraires ; si l'on est trop pris par le réel pour pouvoir jouer…) ou bien **favorisante** (si le réel est pénalisant ; si l'on a besoin de cadres pour pouvoir se situer). Mais il ne s'agit pas de démonter ces représentations, comme on a parlé de démonter des procédures erronées, mais plutôt de les encercler par des activités que l'enfant acceptera sans réticence parce qu'il les trouvera plaisantes, ludiques, concrètes… sans rapport immédiat avec les habitudes scolaires ; elles ouvriront peu à peu des voies nouvelles vers une notion ou une procédure, ou plus fondamentalement une posture vis-à-vis des apprentissages.

Les difficultés potentielles en numération

Par rapport à l'apprentissage de la numération, on peut remarquer les difficultés suivantes :

- L'élève ne prend pas en compte la position des chiffres dans l'écriture des nombres : les nombres 21 ou 12 sont perçus comme étant identiques et l'écriture 21 est parfois confondue avec 2+1.

- L'élève ne comprend pas l'importance des groupements dans l'écriture d'un nombre. Il ne fait pas le lien entre l'écriture en chiffres du nombre et la quantité représentée par ce nombre.

- L'élève ne comprend pas le passage à la dizaine. Il a du mal à passer de l'unité à la dizaine et à comprendre la représentation d'un paquet de dix unités par le chiffre 1, à comprendre donc que « 1 peut valoir 10 ou 100… ».

- L'élève ne comprend pas l'utilisation du zéro pour indiquer l'absence de groupements.

- L'élève confond le chiffre des dizaines et le nombre de dizaines.

- L'élève écrit les nombres en chiffres à partir de leur désignation orale : 609 pour soixante-neuf (juxtaposition de 60 et de 9)

Activités permettant un diagnostic

Relier le nombre " 25 " aux écritures qui représentent ce nombre.

• Cinq-vingt

• 2 + 5

25 •

• 20 + 5

• Vingt-cinq

DENOMBREMENT : DIFFICULTES et REMEDIATIONS

Principes généraux

C'est une difficulté récurrente et importante que l'on rencontre au C2.
La **procédure de dénombrement par comptage de un en un** nécessite la coordination de plusieurs compétences, les sources d'erreurs sont donc variées :
 La comptine numérique n'est pas suffisamment maîtrisée : l'élève ne la connaît pas de façon stable
 Le geste n'est pas associé à la parole : les objets ne sont pas pointés au rythme de l'énonciation de la comptine orale.
 Le dernier nombre énoncé n'est pas perçu comme étant le **cardinal de la collection** : lorsque l'on demande à l'élève combien il y a d'objets dans une collection qui en contient cinq, il égrène à nouveau un, deux, trois, quatre, cinq.
 L'organisation des objets de la collection (en ligne, en tableau, en vrac), le fait qu'ils soient déplaçables ou non influent sur la capacité à énumérer tous les éléments de la collection.
 La perception de la collection elle-même. On peut dénombrer toutes sortes d'objets, disparates ou non. *On peut compter des bananes et des oranges mais les élèves l'acceptent-ils ? Considèrent-ils cela comme une collection unique de fruits ? D'autre part si les élèves ont l'habitude de dénombrer certains types d'objets, le transfert à tous les autres types ne se fait pas spontanément.*

La procédure par la reconnaissance globale de très petites quantités provoque d'autres difficultés :
 Si la perception de la quantité semble innée, la reconnaissance immédiate de certaines configurations doit être travaillée.
 La reconnaissance de configurations particulières (constellations du dé, doigts, cartes à jouer, …) est basée sur la perception visuelle et dépend donc de la mémoire visuelle de chacun.
Dans des situations où il faut prélever ***n*** objets dans une collection, une difficulté s'ajoute au comptage de ces objets : la mémorisation du nombre d'objets à prélever.
La procédure introduite en CP qui utilise les paquets de dix puis de cent est source d'autres difficultés basées en particulier sur le sens que l'on donne à ces paquets et au lien entre ceux-ci et l'écriture chiffrée des nombres.

Derrière ces difficultés, on trouve des principes didactiques essentiels, définis par R Gellman et C.R.Gallistel, qui sont :
- le **principe d'adéquation unique** : chaque mot énoncé doit être mis en correspondance unique avec un objet de la collection à dénombrer ;
- le **principe d'ordre stable** : les mots nombres doivent être énoncés dans un ordre strict, c'est à dire que la comptine numérique orale doit être maîtrisée ;
- le **principe cardinal** : le dernier mot de la suite représente le cardinal de la collection ;

- le **principe d'abstraction** : on peut compter des objets qui n'ont pas de liens particuliers entre eux ;
- le **principe de non-pertinence de l'ordre** : l'ordre dans lequel sont pris les différents objets n'a pas d'importance.

La perception immédiate ou très rapide, sans comptage explicite, de la quantité peut permettre d'indiquer le nombre d'éléments d'une collection dans le cas d'une petite collection. Sinon, on peut recourir au comptage de un en un. Mais d'autre procédures existent : le dénombrement à l'aide de groupements de dix ou d'autres groupements (par exemple de deux ou de trois qu'on additionne au fur et à mesure), le surcomptage si on connaît le nombre d'éléments d'une sous collection, ou le décomptage si l'on enlève des éléments à une collection dont le cardinal est connu

Mes élèves n'arrivent pas à dénombrer en comptant les objets de un en un. Ils ne pointent pas tous les objets de la collection ou en pointent certains deux fois. Comment les aider ?

Un travail nécessaire se situe **autour de l'énumération**, une capacité nécessaire au dénombrement par comptage un par un.

Enumérer les éléments d'une collection c'est les passer tous en revue sans en oublier et sans en désigner un deux fois :
- Choisir un premier rond
- Choisir un rond suivant
- Conserver la mémoire des ronds déjà choisis
- Savoir que l'on a choisi le dernier rond

Plus précisément, l'énumération est l'action de structuration d'une collection qui permet de la parcourir d'une façon ordonnée et contrôlée.
- Ordonner : choisir un premier élément et son successeur.
- Contrôler : conserver la mémoire des choix précédents, savoir que l'on a parcouru toute la collection.

La capacité à énumérer les objets d'une collection est nécessaire au dénombrement par comptage un par un (entre autres) de façon à pouvoir coordonner la récitation de la comptine numérique et le pointage des éléments de la collection. Elle peut avoir des niveaux de difficultés différents suivant que le nombre et la taille des objets sont petits ou grands, que la collection est organisée ou non, que les objets sont déplaçables ou non.

La capacité à énumérer les objets d'une collection organisée ou à les organiser pour pouvoir les dénombrer n'est pas innée et doit être travaillée par des activités spécifiques.

Certains élèves, en début de CP, ne maîtrisent pas la notion de cardinal au-delà de 3, comment les aider ?

La pratique systématique d'activités utilisant un dé ou des cartes avec des constellations habituelles, de points ou des représentations de doigts, reste un des moyens efficaces pour aider l'élève en difficulté à se familiariser avec la notion de cardinal.

Ces activités permettront de faire gagner du temps aux autres élèves au cours de leur apprentissage.
Il faut cependant éviter un acharnement systématique sur la notion. Pour cela on pratiquera également, de façon très régulière, des activités en rapport avec la notion d'ordinal et l'algorithme numérique écrit en chiffres.

Il s'agit de s'adapter aux acquis des enfants tant du point de vue de l'aspect cardinal de la numération que de l'aspect ordinal. Fréquemment les élèves ne maîtrisent la notion de cardinal que jusqu'à 3, mais ont par exemple, des compétences beaucoup plus avancées sur l'aspect ordinal avec la bande numérique verticale ou le tableau des nombres.
Il arrive souvent qu'en laissant momentanément un aspect du nombre de côté, cet aspect continue de mûrir dans l'esprit de l'élève et le fait de le reprendre plus tard permettra de constater une meilleure assimilation de celui-ci

Activités de remédiation :

- dénombrement rituel comme en maternelle.
- dénombrement fonctionnel : utiliser toutes les occasions de compter en classe (rangées d'élèves, autour d'une table de travail, en atelier d'EPS, en classe faire compter les crayons qu'il faut ranger…).

- Boîtes de nombres

- Jeu des perles.

- Jeu des plateaux

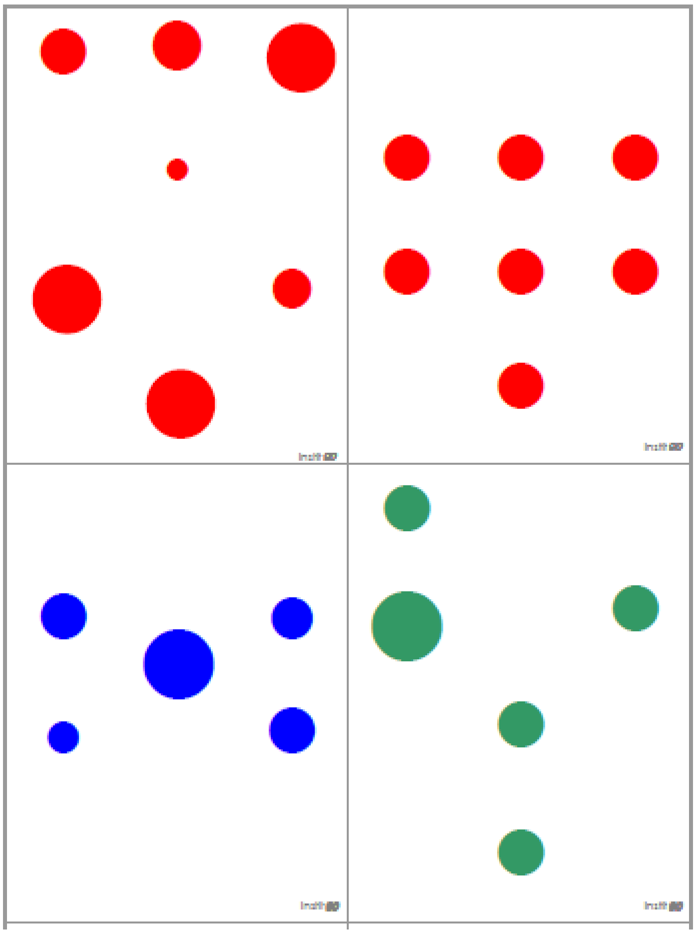
- Jeu de la marchande

- Jeux de l'oie, jeux de piste…

- Construction de collections à distance

Matériel source : http://sylvain.obholtz.free.fr/crbst_106.html

- Cartes nombres : Les cartes sont présentées successivement : l'élève dénombre les « objets » et l'enseignant retourne la carte puis demande « combien y-en-a-t-il ?



DESIGNATION ORALE ET LITTERALE DES NOMBRES : DIFFICULTES et REMEDIATIONS

Principes généraux pour la comptine numérique

La connaissance de la comptine numérique est nécessaire à toute activité de dénombrement, en associant successivement à chaque objet un mot-nombre.
La suite orale des nombres peut être envisagée de deux points de vue :
- c'est un ***outil pour utiliser les nombres*** ;
- son organisation est en relation avec la suite écrite en chiffres, mais présente des ***différences importantes***, source de difficulté pour les élèves.

La suite orale des nombres (aussi appelée **comptine numérique**) est un outil dont la maîtrise est essentielle pour une bonne utilisation des nombres.
La comptine numérique est utilisée dans au moins deux circonstances.
- Elle est indispensable pour **dénombrer des collections**, en associant successivement à chaque objet un mot-nombre.
- Elle est souvent utile au jeune enfant pour **obtenir des résultats** qui peuvent également être déterminés par un **calcul** ; ainsi utilise-t-il des procédures de type « comptage en avant ou surcomptage » ou « comptage en arrière ou décomptage » pour déterminer la quantité obtenue en réunissant 3 objets à 5 objets (six, sept, huit), pour déterminer combien il faut ajouter d'objets à une collection de 8 objets pour en avoir 11 (il dit neuf, dix, onze en levant un doigt pour chaque nombre énoncé) ou encore pour déterminer la quantité obtenue en retirant 4 objets d'une collection de 9 objets (huit, sept, six, cinq). Ce type de stratégie n'est pas totalement abandonné au moment de l'accès au calcul ; au contraire elle se trouve parfois intégrée aux stratégies de calcul. Ainsi pour calculer l'écart entre 48 et 72, il peut être commode d'aller de quarante-huit à cinquante, puis de cinquante à soixante et de soixante à soixante-dix (ou directement de cinquante à soixante-dix) et enfin de soixante-dix à soixante-douze. Ce n'est plus simplement la comptine élémentaire qui est mobilisée, mais par exemple le comptage de dix en dix…

On perçoit l'importance pour l'élève qu'il peut y avoir à travailler en vue de s'assurer **une maîtrise complète** de cette comptine :
- *la réciter en avant, à partir de un ou à partir d'un autre nombre ;*
- *la réciter en arrière, en arrière à partir d'un nombre donné (ce qui est beaucoup plus difficile) ;*
- *la réciter de deux en deux, de cinq en cinq, de dix en dix…*

Les erreurs dans la récitation de deux en deux, dix en dix… sont à la fois liées à des déficits dans la maîtrise de la comptine orale, dans le repérage de régularités liées à de telles suites ou encore dans la connaissance de l'algorithme de la suite des nombres écrits en chiffres qui constitue une référence indispensable
Ces habiletés sont évidemment en relation avec la connaissance de la structuration de cette comptine orale. Contrairement à la suite écrite en chiffres, cette suite orale présente de nombreuses irrégularités.

Activités à proposer pour l'apprentissage de la comptine numérique orale

L'imprégnation de la comptine se fait en général sans difficulté si on la pratique régulièrement à l'aide de jeux.

- il faut entraîner les **compétences** qui montrent que les nombres sont traités comme des entités distinctes :
    - Réciter la comptine en avant à partir de n'importe quel nombre.
    - Réciter la comptine et s'arrêter à un nombre donné.
    - Réciter la comptine en arrière à partir d'un nombre donné.
    - Réciter la comptine de deux en deux, de cinq en cinq, de dix en dix…

- Il faut une pratique régulière à l'aide de jeux.
Il s'agit d'introduire des perturbations dans la récitation de la comptine afin de favoriser sa mémorisation.

- **Jeu du Plouf dans l'eau.**

- **Jeu de la fusée** :
Banal compte à rebours

- **Jeu de la flèche** :
Réciter la suite des noms de nombres d'une valeur donnée à une autre, dans le sens usuel si la deuxième valeur est supérieure à la première, à rebours sinon.
Il convient, tant que la comparaison des nombres n'est pas acquise, que l'enseignant précise s'il s'agit d'une flèche qui monte ou qui descend.

- **Tambourin numérique**
L'enseignant frappe des coups sur un tambourin. A chaque coup, l'élève dit le nombre correspondant dans sa tête. Quand le maître interroge, un élève donne la bonne réponse.

Principes d'apprentissage

Notre numération orale jusqu'à 100 comporte **deux zones d'irrégularités** (de onze à seize et de soixante-neuf à quatre-vingt-dix-neuf) dont les difficultés varient suivant les zones.

La tranche de 0 à 19 est à mémoriser par une forte fréquentation dès la maternelle (avec l'appui de comptines numériques puis de la bande numérique entre autre et des rituels). Même si une logique liée à l'écrit apparaît à partir dix-sept, on ne pourra s'appuyer dessus, le corpus n'étant pas alors assez grand. En effet, il faut une suite suffisamment longue pour mettre en évidence les algorithmes des suites orale et écrite des nombres.

La tranche de 20 à 69 est régulière et plus facile à mémoriser. De nombreux élèves comprennent rapidement le principe de fabrication des mots-nombres et peuvent continuer la comptine du moment qu'on les relance au changement de dizaine. Pour lire un nombre il suffit alors de faire le lien entre le chiffre des dizaines et le nom de la tranche (2 pour vingt, 3 pour trente, …). La règle étant maîtrisée, il suffit de mémoriser la comptine orale des dizaines (vingt, trente, quarante, cinquante, soixante). Notons cependant que le mot vingt est particulier car il n'est par construit à partir du mot deux, alors que pour les dizaines suivantes, le lien peut facilement être fait entre le nom du chiffre des dizaines et le nom de la dizaine (trois et trente, …).

De 70 à 99, les difficultés apparaissent. D'une part parce que l'algorithme mis en place auparavant ne fonctionne plus et d'autre part parce que les noms des dizaines ont des constructions différentes.
- soixante-dix a une structure additive : 60 + 10
- quatre-vingt a une structure multiplicative : 4 x 20
- quatre-vingt-dix a une structure multiplicative et additive: 4 x 20 + 10

Il ne semble pas souhaitable de faire de 69 une première barrière dans l'apprentissage de la lecture des nombres. En effet, les élèves risquent de comprendre que le mot soixante est associé au chiffre des dizaines 6. Au contraire, il convient d'installer d'emblée le fait que ce mot soixante peut être associé à deux chiffres des dizaines : 6 et 7. Il est donc préférable d'étudier simultanément les nombres dont le nom commence par soixante (de 60 à 79) en mettant en évidence que lorsqu'on entend soixante le nombre peut aussi bien commencer par un 6 ou un 7. Puis on procèdera de la même façon avec ceux commençant par quatre-vingt (de 80 à 99). De cette façon on n'évite pas les irrégularités mais au contraire on les travaille en insistant sur ces particularités de notre langue.

A partir de 100 et jusqu'à 999, on ne rencontre pas de nouvelles difficultés. Le système de désignation orale des nombres devient régulier. Il s'agit de travailler le fait que le nombre se lit en séparant le nombre des centaines et le nombre formé par les chiffres des dizaines et unités (487 se lit en séparant le 4 des centaines de 87, soit « quatre cent » « quatre-vingt-sept »).

Les difficultés

Notre numération orale n'est pas positionnelle. Elle est additive et multiplicative avec en plus de nombreuses exceptions. Quand on lit un nombre, on n'entend pas ce qu'on écrit et on n'écrit pas ce qu'on entend. Il faut donc effectuer un travail spécifique sur la corrélation entre le nom du nombre et son écriture chiffrée.

Plusieurs matériels permettent de travailler les mots nombres.

a. Des **cartons comportant les mots nombres nécessaires pour compter jusqu'à mille**. (On peut en faire l'inventaire avec les élèves, et réaliser les cartons utiles)

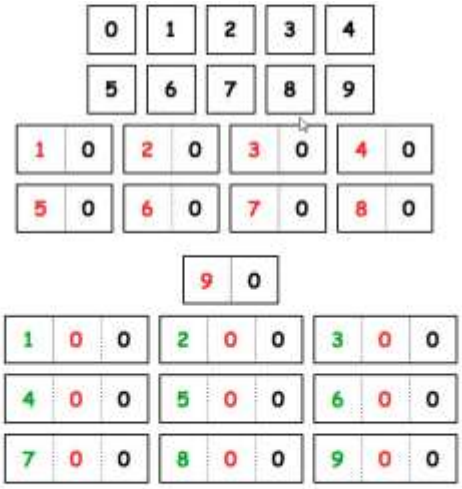
cent	trente	neuf

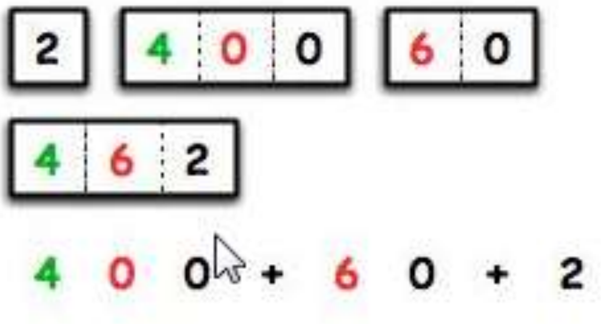
b. Le **dictionnaire des nombres**. Le maître peut réaliser un dictionnaire des nombres pour chaque élève qu'il pourra utiliser au cours de différentes activités. En particulier il pourra travailler l'apprentissage de la numération entre dix et seize puis entre soixante-neuf et quatre-vingt-dix-neuf.

Le dictionnaire des nombres peut être utilisé seul, pour trouver le nom ou l'écriture chiffrée d'un nombre. Il est particulièrement utile pour travailler l'apprentissage de la numération entre dix et seize puis entre soixante-neuf et quatre-vingt-dix-neuf.

c. Les **cartons nombres Montessori** qui permettent de passer de l'écriture chiffrée au nom du nombre et réciproquement.

Il est intéressant de coupler les cartons nom de nombres avec les cartons Montessori qui sont un des rares matériels pouvant présenter soit l'aspect additif de la numération orale, soit l'aspect positionnel de la numération écrite en chiffres





Autres matériels

Le travail de l'algorithme numérique écrit sur la bande horizontale ne suffit pas. Les informations prises en compte par les enfants ne sont pas de la même nature suivant le matériel utilisé. Le tableau des nombres met l'accent sur **l'organisation en dizaines**. La bande verticale met particulièrement en évidence la répétition des chiffres des unités, des dizaines et des centaines etc….

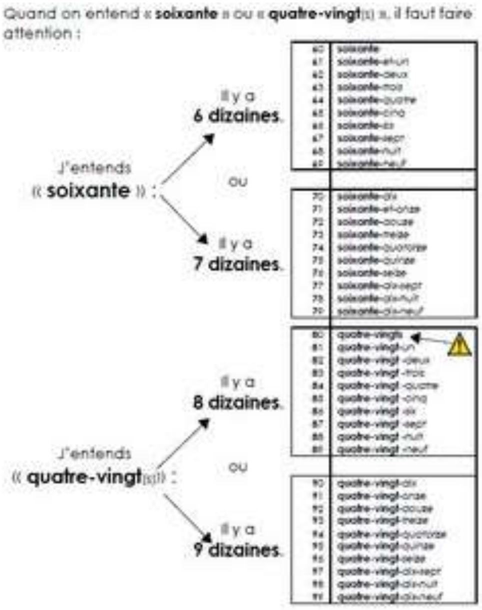
C'est pourquoi il est nécessaire de diversifier les présentations de l'algorithme numérique écrit en chiffres pour convenir à tous les enfants.

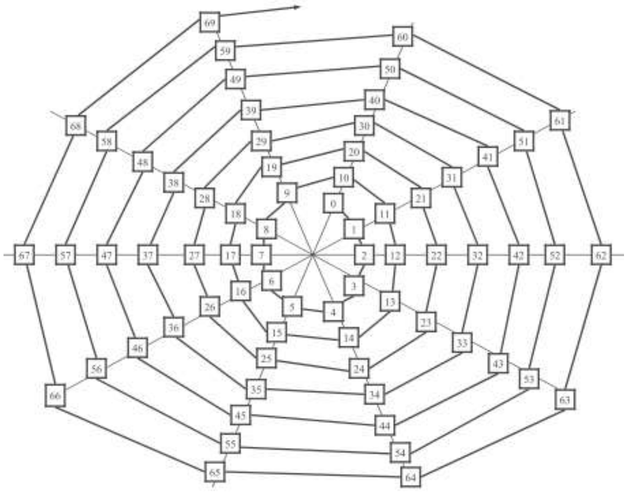
Il est nécessaire de laisser un affichage permanent bien choisi, concernant l'algorithme numérique écrit en chiffres. Cet affichage pourra être déplacé ou modifié au cours de l'année. Introduite dès le début de l'année, la bande horizontale jusqu'à 109 au moins, en cycle 2, peut être affichée en permanence.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Il vaut mieux introduire les autres affichages les uns après les autres, à savoir la **bande vertical**e, le **tableau des nombres** et les **spirales.** Il n'est pas souhaitable de les laisser en permanence sous les yeux des enfants, afin de permettre la redécouverte de ces outils à certains moments privilégiés de l'année.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

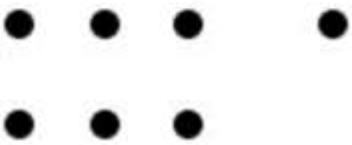


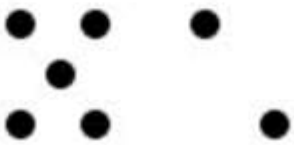


Deux ou trois affichages peuvent coexister de façon raisonnable. Néanmoins, il vaut mieux éviter que trop d'informations figurent sur la même affiche.

Problèmes de la représentation des nombres :

Avec les constellations des dés :

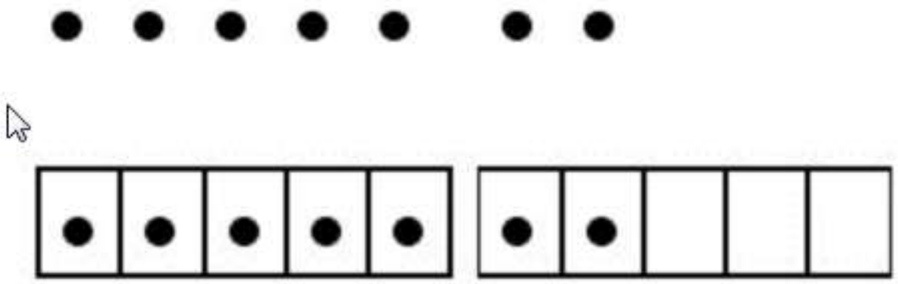




On privilégie une décomposition particulière dans la représentation du nombre. « Un de plus que six » n'apparaît pas dans la représentation de droite.

La propriété « sept n'est pas un double » n'est pas mise en évidence.

Sous une forme linéaire :



On privilégie une décomposition particulière dans la représentation du nombre. La propriété « sept n'est pas un double » n'est pas mise en évidence.

La relation fondamentale à « dix » est ignorée dans la première disposition.

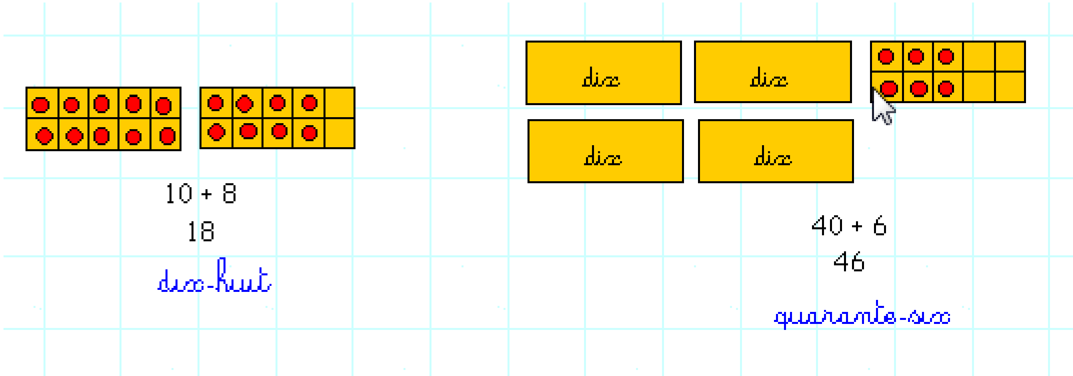
Avec les doigts :

On privilégie une décomposition particulière dans la représentation du nombre.

La manipulation des nombres est parfois délicate. La représentation des nombres supérieurs à 10 est difficile.

Cartes à points (cf JL Bregeon)

Leur intérêt est ici de visualiser facilement les nombres et manipuler des représentations signifiantes. Les cartes à points privilégient l'approche cardinale du nombre en visualisant les centaines, dizaines et unités.

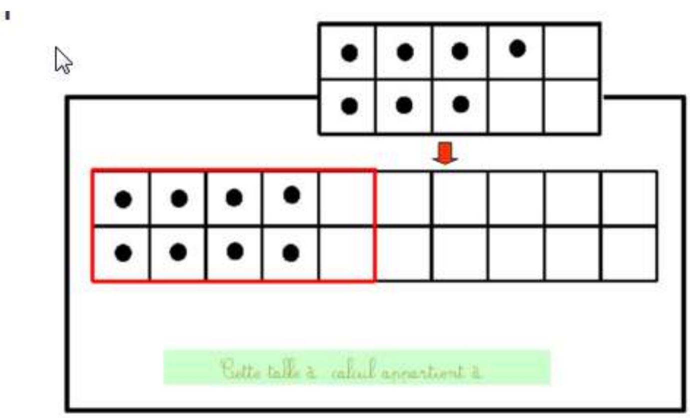


Pour l'élève, il est essentiel que le nombre ne soit pas un simple code oral ou écrit, abstrait, mais corresponde à une vraie signification à partir de collections. Par exemple, pour un nombre de deux chiffres, il doit « voir » les dizaines et les unités. A cet effet, les cartes à points sont un outil privilégié permettant de voir les nombres avec leurs groupements de 10 unités (et plus tard de 100 unités).

Aucune décomposition n'est privilégiée et toutes sont mobilisables. « Sept » apparaît comme « six plus un ». La propriété « sept n'est pas un double » est bien mise en évidence. La relation à dix est permanente.

La vision globale est facilitée.

La représentation des nombres supérieurs à 10 est simple.



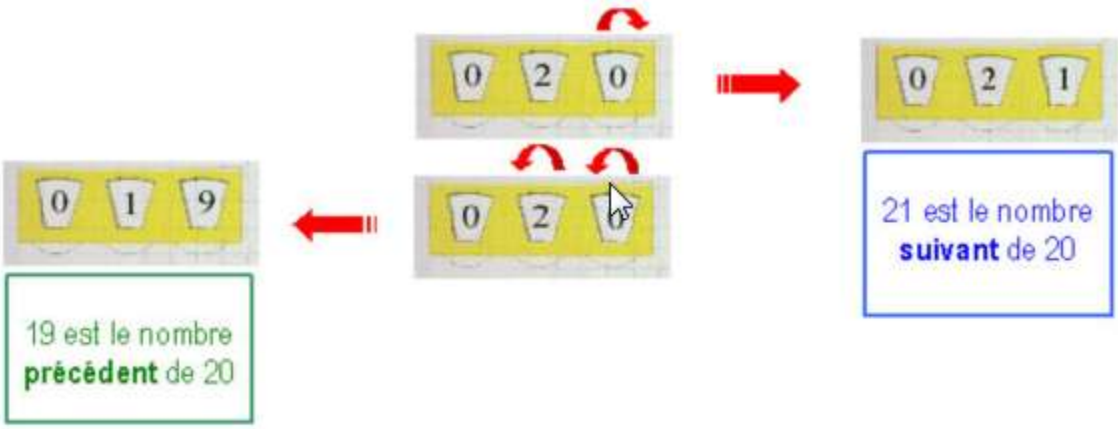
Utilisation pour les calculs : 8+7

Le compteur

Le rôle du compteur est d'aider l'élève à percevoir l'organisation de la suite écrite des nombres en prenant en compte d'emblée le caractère positionnel de la numération. En d'autres termes, le compteur utilise l'aspect ordinal en faisant porter directement l'attention sur les différents chiffres d'un nombre et sur leur organisation dans une suite de plusieurs nombres successifs.

Par exemple, si le nombre 59 est affiché sur le compteur :

le nombre suivant s'obtient en tournant d'une unité la roue de droite (on fait alors apparaître le chiffre 0). Le passage de 9 à 0 a pour effet de faire avancer la seconde roue à partir de la droite (chiffres des dizaines) d'une unité.



Activités

- Jeu du Plouf dans l'eau (cf plateaux sur le site de la mission maths, avec tranches de nombre différentes 1-25,59-80 etc.).

ECHANGES ET GROUPEMENTS

=> Aider les élèves à comprendre que la valeur des chiffres dépend de leur position.

Les élèves ont du mal à concevoir que dix unités font une dizaine qui devient alors une nouvelle unité qui, à son tour, se verra appliquer la même règle : dix dizaines formeront une nouvelle unité (la centaine), etc. Longtemps les élèves préfèrent avoir dix objets plutôt qu'un seul qui aurait la même valeur que les dix réunis.

Pour que les élèves voient dans 357, par exemple, aussi bien trois cent cinquante-sept unités, que trente-cinq dizaines et sept unités ou trois centaines, cinq dizaines et sept unités, il est indispensable qu'ils aient eux-mêmes fabriqué des paquets de dix et de cent, et les aient défaits aussi. Le seul travail formel et sans utilité qui se réduit à des décompositions additives des nombres en utilisant les centaines et les dizaines ne permet pas une prise de conscience du rôle des groupements et des échanges.

Les activités dans lesquelles les élèves ont à comparer ou à dénombrer des collections comportant un grand nombre d'éléments vont faire apparaître **la nécessité de structurer celles-ci en faisant des groupements**. Le choix de faire des paquets de dix, fondement de notre numération décimale, est conventionnel (sans doute lié au fait que nous sommes dotés de dix doigts). La désignation écrite en chiffres du nombre d'éléments d'une collection nécessite de comprendre un principe fondamental : la valeur des chiffres dans l'écriture d'un nombre dépend de leur position. L'expérience de ces manipulations (groupements), associée à un travail sur l'analyse des écritures chiffrées, permet de donner tout leur sens aux écritures chiffrées, même lorsque le matériel n'est plus disponible.

Des **activités spécifiques sont incontournables**, comme par exemple :
- le jeu de cartes (Fénichel M. et Pfaff N., *Donner du sens aux mathématiques*, Tome 2, Bordas Pédagogie, 2005)
- les bûchettes (D'après Boilleaut C. et Fénichel M., *La numération- cycle 2, CP-CE1*, Bordas, 2007)
- le grand Ziglotron (Cap maths CP, Hatier, année 2005)
- Carrelages (INRP ERMEL *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP*, Hatier, 2000)

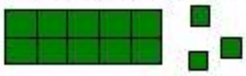
La résolution des problèmes posés à partir de la manipulation de matériel doit être accompagnée de verbalisations des élèves, de mises au point par l'enseignant de manière à permettre de réelles et durables prises de conscience. Le travail plus formel sur les écritures des nombres, les décompositions telles que 254 = 200 + 50 + 4 ou 254 = (2x100) + (5x10) +

4, ont leur place après ces activités, dans le but de conforter et d’enrichir la maîtrise des écritures chiffrées

Exemple : le grand ziglotron (CAP MATHS)

Cette situation doit amener les élèves à réaliser que l’écriture chiffrée d’un nombre à deux chiffres donne des informations sur le nombre de paquets de dix qu’il évoque (ce nombre de paquets de dix étant indiqué par le chiffre situé au 2^{e} rang en partant de la droite).

Matériel :
- Des grands ziglotrons (robots à réparer en replaçant les boutons manquants)
- des boutons isolés
- des plaques de dix boutons



Procédure visée : Compter les boutons que l’on doit commander, écrire le nombre obtenu et utiliser le fait que le chiffre des dizaines indique le nombre de paquets de dix.

<u>Première phase</u> : ***Appropriation de la situation***

Deux ou trois élèves de la classe (selon leur nombre) seront les vendeurs de boutons.

Les autres élèves sont groupés par 2 et chaque groupe reçoit un grand ziglotron à réparer. Les vendeurs disposent des boutons isolés et des plaques de dix en nombre suffisant pour répondre à toutes les commandes (il faut au moins autant de boutons isolés que de boutons nécessaires pour réparer l’ensemble de tous les ziglotrons).

Consigne : " Vous devez réparer vos ziglotrons en plaçant des boutons aux emplacements prévus. Pour cela vous vous mettrez d’accord et un seul élève du groupe ira demander à un vendeur ce que vous voulez. Comme il y a beaucoup de boutons, les vendeurs ont des boutons seuls et des plaques qui contiennent dix boutons (montrer le matériel). Mais attention, ils donnent exactement ce qu’on leur demande. Il faut donc bien préciser si on veut des plaques de dix boutons ou des boutons seuls. Les boutons vendus en plaques devront être découpés avant d’être placés sur le ziglotron. "

On peut dans cette étape demander par exemple " 12 boutons ", ou " 15 plaques ", ou encore " 8 plaques et 11 boutons ".

La validation se fait en plaçant les boutons sur le ziglotron.

La mise en commun porte sur ce qu’a fait chaque groupe avant d’aller chez le marchand, ce que chaque groupe a ensuite demandé au marchand et la réussite ou l’échec du groupe.

La synthèse fait essentiellement apparaître qu'il faut bien préparer ce qui sera demandé : en dénombrant avec précision les boutons nécessaires ou, si cela a été utilisé par certaines équipes, en faisant déjà des groupements de dix boutons sur le ziglotron.

Il est possible que certains groupes aient d'abord dénombré un à un les boutons manquants sur le ziglotron, puis demandé des plaques de dix et des boutons isolés. Ces élèves ont déjà la capacité à décomposer le nombre en groupements de dix et en unités ! Leur proposition est acceptée, sans être valorisée pour le moment.

<u>Deuxième phase</u> : ***Mise en évidence de la valeur du chiffre des dizaines***

La même situation est reprise mais avec des contraintes supplémentaires :

- Il faut écrire sur le bon de commande le nombre de boutons nécessaires et, en dessous, le nombre de plaques et le nombre de boutons isolés que vous demandez ;

- Les marchands ayant été dévalisés, ils ne peuvent pas donner plus de neuf boutons isolés ;

- Vous ne devez pas parler aux marchands ; ils doivent se débrouiller avec le bon de commande pour vous servir ;

-Vous ne devez pas découper les plaques et coller tout de suite les boutons, mais vous devez garder ce que le marchand vous a donné. Nous discuterons ensemble pour savoir si vous avez réussi

La mise en commun permet de vérifier la conformité et la pertinence de la commande. Cette analyse doit permettre de mettre en évidence les procédures de dénombrement des groupements de dix : tracé de groupements de dix boutons sur les ziglotrons à réparer et comptage de dix en dix (ou additions de 10) pour atteindre le nombre, dénombrement des boutons (par exemple 42) et utilisation de la valeur du " 4 ". Si cette dernière procédure n'apparaît pas, elle n'est pas introduite. C'est la 3^{e} phase qui en fera apparaître la pertinence. Un retour pourra être effectué sur l'activité de la 2^{e} phase à l'issue de cette 3^{e} phase.

Les origines des erreurs seront recherchées : se situent-t-elles au moment de la prise d'information sur le ziglotron, au moment de la commande ou au moment de la remise par le marchand de ce qui est demandé ?

Cette activité pourra être reprise plusieurs fois en variant les quantités de boutons à commander.

Troisième phase : ***Utiliser les groupements par dix pour réaliser une quantité.***

Cette phase a pour objectif d'amener les élèves à utiliser la valeur des chiffres dans l'écriture du nombre de boutons pour passer commande à partir de la donnée directe du nombre total de boutons nécessaires sans disposer du Ziglotron.

Le problème est identique au précédent mais cette fois-ci seul l'enseignant dispose du Ziglotron. Celui-ci ne servira qu'à la validation.

Consigne : " J'ai compté le nombre de boutons manquants. Ce nombre est indiqué sur le bon de commande que je vous distribue (distribuer le bon de commande à chaque élève). Vous devez compléter le bon de commande pour qu'on puisse réparer le ziglotron. Lorsque vous aurez terminé, nous comparerons vos bons de commande et vous devrez dire comment vous avez fait pour le compléter. "

On peut prévoir un temps pendant lequel deux élèves voisins se mettent d'accord sur la commande à passer.

L'analyse des différentes procédures lors de la mise en commun est un moment important. Elle doit faire apparaître, éventuellement avec l'aide de l'enseignant, qu'il est possible de répondre sans recourir au dessin et au dénombrement direct. L'accent est mis sur le fait l'écriture du nombre (37 par exemple) donne toutes les informations, " 3 " dit le nombre de groupements de dix boutons et " 7 " dit le nombre de boutons isolés.

Pour l'instant, les mots " dizaine " et " unité " ne sont pas indispensables. Le vocabulaire utilisé peut être soit lié au contexte (comme " plaques de dix boutons "), soit décontextualisé (comme " groupements de dix " et plus tard " dizaines ").

Des exercices d'entraînement peuvent ensuite être donnés :

Proposer oralement des exercices d'entraînement, les nombres étant par exemple écrits au tableau, les élèves écrivent leurs réponses sur leur ardoise. :

- Je veux 16 boutons. Que dois-je commander ?

Même question avec 50 boutons, 83 boutons, 38 boutons...

- J'ai commandé 6 paquets de dix boutons et 3 boutons. Combien cela fait-il de boutons ?

Les nombres proposés ne sont pas nécessairement lus par les élèves. C'est l'écriture chiffrée qui est analysée, indépendamment de sa traduction orale.

Le travail sur les nombres tels que 40, 50 permet de préciser le rôle du " 0 " dans l'écriture des nombres. Celui sur 83 et 38 permet de souligner le rôle de la place du chiffre dans l'écriture du nombre et de son interprétation.

Travailler les échanges 10 contre 1 en CP ?

Pratiquer les échanges 10 contre 1 et donner du sens à la numération de position par les abaques.

Ce n'est que lors des échanges 10 contre 1 que l'on peut dire que l'on commence à donner du sens à l'écriture chiffrée et donc à travailler l'aspect positionnel de notre numération écrite en chiffres.
L'abaque est un outil de calcul. Il existe différentes sortes d'abaques. Ceux qu'on utilise pour le jeu du banquier sont constitués de tiges ou de colonnes alignées. On dispose des jetons totalement identiques (forme et couleur) sur la tige (ou colonne) de droite. 10 jetons de cette tige (ou colonne) sont échangés contre un jeton que l'on met sur la tige (ou colonne) située immédiatement à sa gauche. Et ainsi de suite.
L'abaque permet de travailler **l'aspect positionnel de la numération écrite en chiffres**.

Il doit avoir certaines spécificités, en particulier ne comporter aucun signe distinctif sur les tiges ou colonnes, les pions utilisés doivent être totalement identiques. La position du pion dans l'abaque indique sa valeur.

Les objectifs que l'on peut travailler avec l'abaque sont :
- pratiquer les échanges jusqu'à 10 contre 1 (ceci permet d'aborder plus facilement la technique de l'addition à retenue) ;
- donner du sens à la notion de dizaine ; mettre en place une stratégie de comparaison ne reposant pas seulement sur la notion de cardinal ;
- comprendre le fonctionnement de la numération de position ;

- reconstituer la collection à partir de l'écriture chiffrée (cette activité permet aussi d'aborder plus facilement une technique opératoire de la soustraction à retenue)