INCROYABLE, NON ?

En admettant qu'on ait une feuille suffisamment grande pour réaliser cet exploit, peux-tu calculer quelle épaisseur de papier on obtiendrait en la repliant 27 fois sur elle-même ?

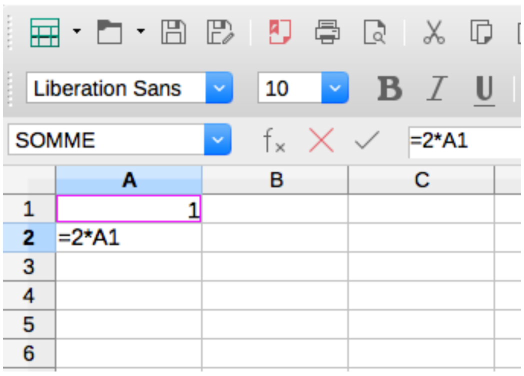
Avant de commencer, écris sur une feuille de papier, le résultat que tu penses obtenir sans le calculer.

Un paquet de 500 feuilles de papier A4 ordinaire mesure 5 cm d'épaisseur ; cela te permettra de calculer l'épaisseur d'une seule feuille, celle que tu vas devoir virtuellement plier.

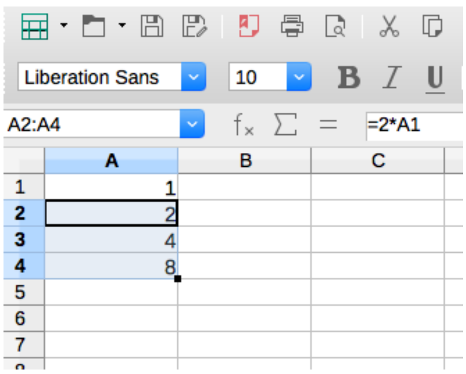
Tu peux t'aider de ta calculatrice en procédant avec méthode.

Tu peux aussi t'aider d'un tableur (Libre Office), pour réaliser ces calculs :

- Dans la première case (colonne A, ligne 1 : codée A1) tu écris l'épaisseur de la feuille, par exemple 1mm (attention ! ce n'est pas la bonne valeur !)
- Dans la case en dessous (Colonne A, ligne 2), tu écris exactement la formule suivante sans les guillemets : « =2*A1 » puis tu valides en appuyant sur la touche « Entrée ». Tu viens simplement de demander au tableur de calculer le double de la valeur située dans la case A1 (figure 1)
- Enfin, tu cliques sur la case A2, et sans relâcher la pression, tu la fais glisser dans la même colonne vers le bas jusqu'où tu veux pour ton calcul (dans l'exemple ci-dessous, nous sommes allés jusqu'à la ligne 4) : chaque case en dessous contient le double de la précédente. Si nous avions replié trois fois une feuille de 1 mm d'épaisseur, nous aurions obtenu une épaisseur finale de 8 mm ! (figure 2)



(figure 1)



(figure 2)

A toi de jouer !

*D'après une idée de **Christophe Galfard** dans « **L'Univers à portée de main** », éditions Flammarion*

Correction :

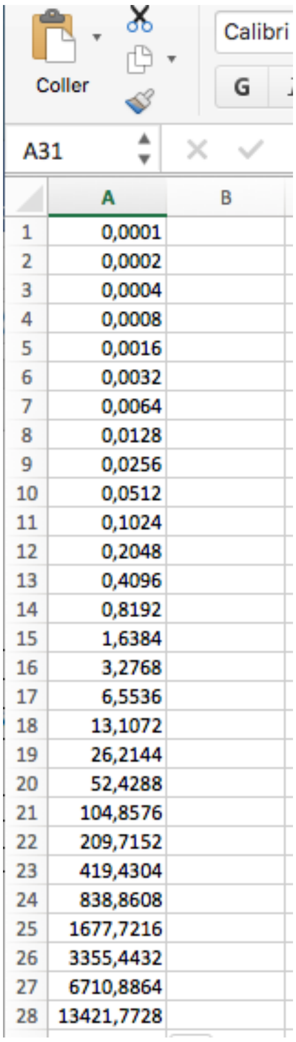
On fait appel ici à du calcul itératif, c'est à dire un calcul répétitif : c'est une suite géométrique de raison 2. Ce qui est intéressant, c'est que même l'expérience que l'on a pu avoir de ce type de pliage ne nous permet pas d'en mesurer l'ampleur.
Ce type de problème est à rapprocher de celui de l'échiquier et du grain de riz.

Il faut bien préciser les unités dans ces calculs. On partira éventuellement des mm et on effectuera la conversion en m, à la fin. On peut aussi directement partir de l'épaisseur initiale en m comme ci-dessous.

Une feuille de papier mesure :
0,05 ÷ 500 = 0,0001 m

Aussi incroyable que cela puisse paraître, le résultat dépasse largement la hauteur de l'Everest (environ 13 422 m).

A comparer avec la représentation initiale qui – à moins que le sujet ne soit particulièrement performant – devrait être considérablement sous-évaluée !



	A	B
1	0,0001	
2	0,0002	
3	0,0004	
4	0,0008	
5	0,0016	
6	0,0032	
7	0,0064	
8	0,0128	
9	0,0256	
10	0,0512	
11	0,1024	
12	0,2048	
13	0,4096	
14	0,8192	
15	1,6384	
16	3,2768	
17	6,5536	
18	13,1072	
19	26,2144	
20	52,4288	
21	104,8576	
22	209,7152	
23	419,4304	
24	838,8608	
25	1677,7216	
26	3355,4432	
27	6710,8864	
28	13421,7728	